

Filtre adaptive. Aplicații ale filtrelor adaptive

În multe aplicații de prelucrare a semnalelor coeficienții filtrelor numerice nu pot fi calculați inițial (off-line) după care să se execute filtrarea în timp real. De exemplu un modem care transmite și recepționează date pe o linie telefonică trebuie să conțină în structura sa și un egalizor care să corecteze distorsiunile care apar în mediul de transmisie.

Deoarece canalul de transmisie are diferite caracteristici de răspuns în frecvență la momente de timp distincte, rezultă că distorsiunile vor fi diferite la momente de timp diferite, deci egalizorul trebuie să-și modifice coeficienții în timp (trebuie să aibă coeficienți ajustabili).

Din acest motiv egalizorul se mai numește și egalizor adaptiv sau generic filtru adaptiv.

Un filtru adaptiv este de fapt un filtru numeric la care se adaugă un bloc de ajustare a coeficienților. (figura 1).

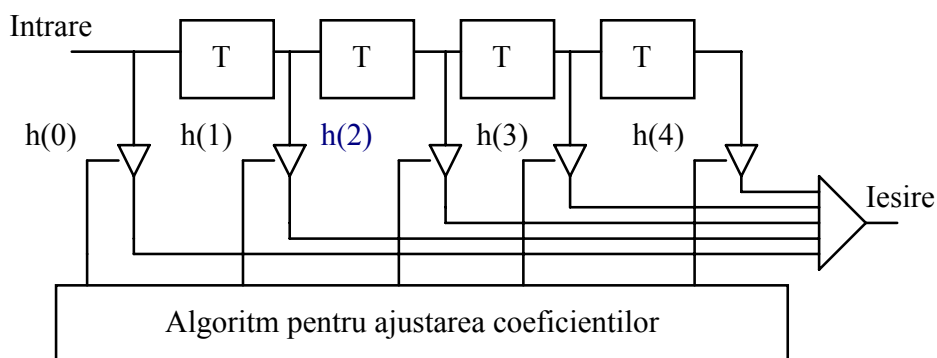


Figura 1. Structura unui filtru adaptiv FIR

Structura din figura 1 este cea mai des utilizată datorită faptului că filtrul digital este de tip FIR (mai simplu de realizat). Există și filtre adaptive în structură IIR.

De asemenea structura FIR este preferată deoarece este necondiționat stabilă, spre deosebire de structura IIR.

Coeficienții filtrului adaptiv se calculează conform unui algoritm care urmărește ca ieșirea filtrului să fie cât mai aproape de o ieșire dorită (ideală).

Observație: în cazul filtrelor adaptive coeficienții nu se calculează cu metodele studiate pentru filtrele obișnuite (neadaptive).

Un algoritm de ajustare a coeficienților filtrului adaptiv trebuie să posede următoarele caracteristici:

1.- rată de convergență ridicată

(rata de convergență este definită ca numărul de iterații necesar pentru ca ieșirea filtrului să se apropie suficient de mult de ieșirea dorită). Un algoritm cu rată de convergență ridicată conduce la un filtru adaptiv care poate urmări variații rapide ale semnalului de intrare.

2.- factor de dezacord mic

(factorul de dezacord indică diferența între ieșirea obținută și ieșirea dorită) .Acest factor oferă o informație cantitativă asupra calității filtrului adaptiv real în comparație cu filtrul adaptiv teoretic.

3.- **robustețe** - se referă la capacitatea algoritmului de a opera satisfăcător la o gamă diversă de secvențe de intrare (semnale deterministe sau semnale aleatoare cu caracteristici statistice diferite).

4.- **cerințe de calcul reduse** - se referă la numărul de operații necesare pentru implementare (adunări, scăderi, înmulțiri, împărțiri) , la capacitatea de memorie necesară pentru structura de date a algoritmului și la efortul de programare necesar implementării algoritmului pe calculator.

5.- **structura simplă** - algoritmul trebuie să fie modular și cu un grad ridicat de paralelism (pentru a putea fi ușor realizat hardware în tehnologie VLSI)

6.- **senzitivitate redusă la cuantizarea coeficienților** - dacă algoritmul se implementează numeric pe calculator atunci trebuie să fie puțin dependent de cuantizarea cantităților cu care se operează în caz contrar funcționarea devine incorectă sau chiar instabilă.

Îmbunătățirea calității semnalului (Adaptive Line Enhancer - ALE)

Structura unui ALE este prezentată în figura 3.

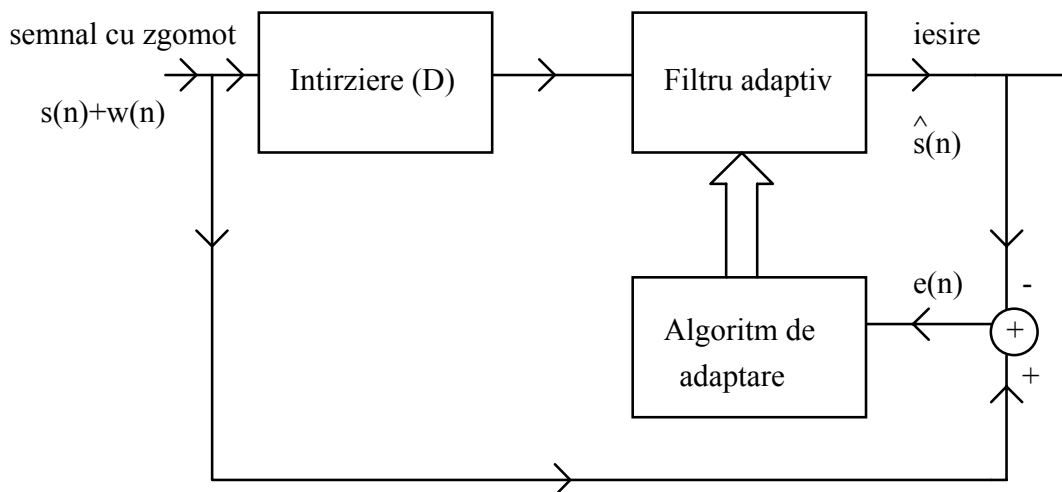
Semnalul de intrare este un semnal de bandă îngustă acoperit de zgomot (de exemplu un semnal sinusoidal + zgomot). Filtrul adaptiv își ajustează coeficienții astfel încât la ieșire să se obțină semnalul de bandă îngustă (de exemplu semnalul sinusoidal) cu o mică atenuare.

Un element esențial în structura din figura 3 este întârzierea între intrare și filtrul adaptiv; această întârziere asigură eliminarea corelației între zgomotul de la intrarea în sistem și zgomotul de la intrarea în filtrul adaptiv.

În acest mod diferența dintre ieșirea filtrului adaptiv și intrare este:

$$e(n) = [s(n) + w(n-D)] * h(n) - w(n), \text{ unde } * \text{ este produsul de convoluție.}$$

Funcția $e(n)$ are valori mai mici, ca valoare medie pătratică, dacă $D > 0$ deoarece intervine în calcul produsul de convoluție $w(n-D) * w(n)$ care este nul dacă $D > 0$ (semnale necorelate).



$s(n)$ = semnal util (de banda îngustă)

$w(n)$ = semnal zgomot (de banda largă)

$e(n)$ = funcția de eroare (minimă în medie pătratică)

$\hat{s}(n)$ = semnal îmbunătățit (extras din zgomot)

Figura 3 . Sistemul ALE

Algoritmul LMS pentru ajustarea coeficienților filtrului adaptiv

Ajustarea coeficienților filtrului adaptiv se realizează cu scopul de a minimiza diferența dintre ieșirea filtrului adaptiv și o ieșire dorită. Vom nota această diferență cu $e(n)$ - eroarea de estimare.

Eroarea de estimare este dată de formula :

$$e(n) = d(n) - h(n)*u(n)$$

unde $h(n)$ reprezintă secvența coeficienților filtrului adaptiv , $u(n)$ secvența semnalului de intrare , $d(n)$ - semnalul de ieșire dorit , iar $*$ reprezintă produsul de convoluție.

Pentru a calcula $h(n)$ se minimizează eroarea pătratică medie a erorii de estimare.

Algoritmul **LMS** poate fi scris:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k).u(n-k) ;$$

$$e(n) = d(n) - y(n) ; \text{ (eroarea la pasul curent } n \text{)}$$

$$h_{n+1}(k) = h_n(k) + \mu.e(n).u(n-k) ; k = 0,1,\dots,N-1 \text{ și } n = 0,1,2,\dots$$

unde $h_n(k)$ reprezintă coeficientul de index k la pasul n . Parametrul μ controlează stabilitatea și viteza de convergență ale algoritmului de ajustare recursiv și se numește constantă sau pas de adaptare

În concluzie algoritmul **LMS** presupune că la fiecare eșantion al intrării $u(n)$ (la fiecare pas) se efectuează următoarele:

1. - calculul ieșirii filtrului adaptiv ($y(n)$); se presupune că la $n=0$ avem $h(0)=0$;
2. - calculul erorii între eșantionul de ieșire al filtrului adaptiv și eșantionul ieșirii dorite;
3. - actualizarea coeficienților filtrului adaptiv ($h(k)$ cu $k = 0,1,\dots,N - 1$).

Constanta de adaptare, μ , trebuie aleasă suficient de mare pentru ca viteza de convergență să fie ridicată și suficient de mică pentru a menține stabilitatea algoritmului.

Pe de altă parte alegerea lui μ depinde de caracteristicile statistice ale semnalului de intrare, $u(n)$; de asemenea dacă μ este prea mic termenul $\mu.e(n).u(n-k)$ poate fi considerat nul datorită cuantizării ce apare în structura hardware care implementează filtrul adaptiv - în acest caz ajustarea coeficienților se încheie fără ca minimul erorii pătratice medii să fie atins.

Se demonstrează că μ trebuie să îndeplinească următoarea condiție :

$$0 < \mu < 1 / (10.N.P_u) , \text{ unde } N \text{ este numărul de coeficienți ai filtrului adaptiv (de tip FIR) , iar}$$

P_u este puterea semnalului de intrare definită astfel :

$$P_u = [1/(M+1)] \cdot \sum_{n=0}^M u^2(n) ;$$

Implementarea algoritmului LMS

În continuare se prezintă o modalitate de implementare a algoritmului LMS de adaptare a coeficienților. Rutina trebuie apelată la fiecare achiziție a unui eșantion nou. Implementarea filtrului adaptiv (pentru ALE, sau pentru compensatorul adaptiv de ecou) va conține o rutină de implementare a filtrului FIR și o rutină de adaptare a coeficienților filtrului FIR.

{-----Algoritmul LMS -----}

{ parametrii de intrare :

mx0=eroarea , my1 = pasul de adaptare

i3 -> linia de intirziere

i6 -> coeficientii FIR adaptiv

cntr = numarul de coeficienti ai FIR

parametrii de iesire : coeficientii FIR actualizati

```
lms:          mf=mx0*my1(rnd), mx0=dm(i3,m1);          { mf = e(n) * μ }
                                                       { mx0 = u(n-k)}
              mr=mx0*mf(rnd), ay0=pm(i6,m5);          { mr1= e(n)*μ*u(n-k)}
                                                       { ay0 = h(n)}

              do adaptive until ce;
              ar=mr1+ay0, mx0=dm(i3,m1), ay0=pm(i6,m4);
                                                       { h(n) = h(n) + mr1= e(n)*μ*u(n-k) }
                                                       { citeste urmatorul h(n)}

adaptive:    pm(i6,m6)=ar, mr=mx0*mf(rnd);          { h(n+1) = h(n) }
                                                       {mr1= e(n)*μ*u(n-k)}

              modify(i6,m4);          { reface i6}
              modify(i3,m3);          { reface i3}

              rts;
```