

---

# Securitatea Rețelor și Serviciilor de Comunicații

Algoritmi criptografici:  
Autentificarea datelor

---

Integritatea datelor

# Funcții hash criptografice

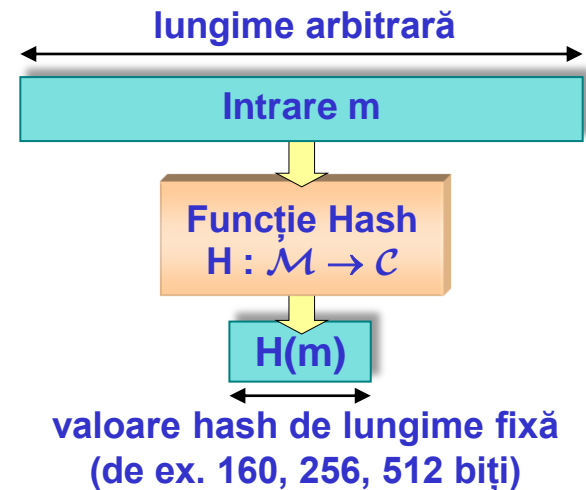
# Funcții hash

## Definiție: Funcție hash

- O funcție hash este o aplicație  $H : \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{C}$ , unde:  
 $\mathcal{M} = \{0,1\}^*$  este mulțimea intrărilor, șiruri binare cu lungime arbitrară,  
 $\mathcal{C} = \{0,1\}^n$  este mulțimea ieșirilor, șiruri binare cu lungime fixă,  $n$  biți.

## Proprietăți generale

- Compresie: Asociază fiecărui șir de intrare  $m \in \{0,1\}^*$ , de lungime arbitrară, un șir de ieșire  $H(m)$  de lungime mai mică, fixă (ex: 256 biți).
- Calcul eficient: Există un algoritm eficient care calculează  $H(m)$  pentru oricare  $m \in \mathcal{M}$ .



- Funcțiile hash au numeroase aplicații în informatică (ex: hash table). Se folosesc diverși algoritmi, cu proprietăți adaptate aplicațiilor.
- Funcțiile hash criptografice formează o categorie aparte: sunt proiectate pentru a îndeplini proprietăți specifice de securitate.

# Funcții hash în criptografie

## Funcții hash criptografice

- Primitive folosite pentru a construi algoritmi criptografici pentru diverse aplicații: **integritatea datelor** (digital fingerprint), **autentificarea datelor** cu cheie secretă/publică, **funcții pseudoaleatoare** (generatoare de șiruri pseudoaleatoare), etc.

## Proprietăți de securitate

- Algoritmii folosiți pentru aceste funcții sunt special proiectați pentru a îndeplini proprietățile de securitate necesare în criptografie:
  - Rezistență la preimagine (preimage resistance).
  - Rezistență la a doua preimagine (2nd preimage resistance).
  - Rezistența la coliziuni (collision resistance).

O coliziune a unei funcții hash  $H: \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{C}$  este o pereche de intrări distincte,  $m_1 \neq m_2$ , cu proprietatea că  $H(m_1) = H(m_2)$ . Funcțiile hash asigură compresie a intrărilor, deci există numeroase coliziuni.

# Proprietăți de securitate

## Rezistența la preimagine

- Pentru oricare  $c \in \mathcal{C}$ , este dificil de calculat  $m \in \mathcal{M}$  astfel încât  $H(m) = c$  (orice preimagine  $m$  a lui  $c$ ).
- Căutarea prin forță brută necesită în medie  $2^n$  evaluări ale funcției  $H$ .

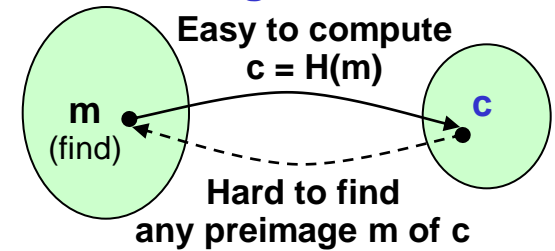
## Rezistența la a doua preimagine

- Pentru oricare  $m \in \mathcal{M}$  (fixat) este dificil de calculat  $m' \in \mathcal{M}$  astfel încât  $H(m) = H(m')$ .
- Căutarea prin forță brută necesită în medie  $2^n$  evaluări ale funcției  $H$ .

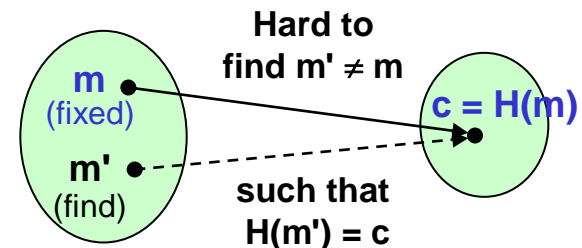
## Rezistența la coliziuni

- Este dificil de determinat orice pereche  $m \neq m'$  astfel încât  $H(m) = H(m')$ .
- Căutarea prin forță brută necesită în medie  $2^{n/2}$  evaluări ale funcției  $H$  (birthday paradox).

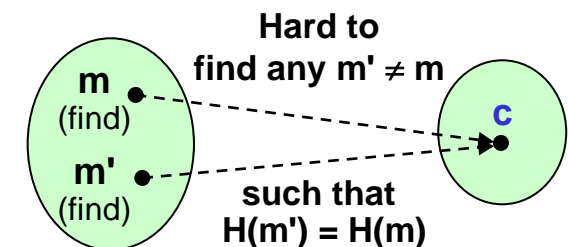
## Preimage resistance



## 2nd-preimage resistance



## Collision resistance



# Securitatea funcțiilor hash

## Relații între proprietăți

- Rezistența la coliziune implică rezistența la a doua preimagine și rezistența la preimagine, deci este cerința cea mai puternică.

Dacă am putea calcula eficient preimagini, am putea găsi eficient și coliziuni: alegem  $m$  arbitrar, calculăm  $c = H(m)$  și apoi calculăm o preimagine  $m'$  a lui  $c$ .

## Atacuri asupra funcțiilor hash

- **Atacuri prin forță brută:** Căutare prin încercări repetate. Contracarată alegând parametrul  $n$  suficient de mare. Recomandat:  $n \geq 256$  biți.
- **Atacuri criptanalitice:** Identifică vulnerabilități în algoritmul funcției hash care să permită atacuri mai eficiente decât cele prin forță brută.

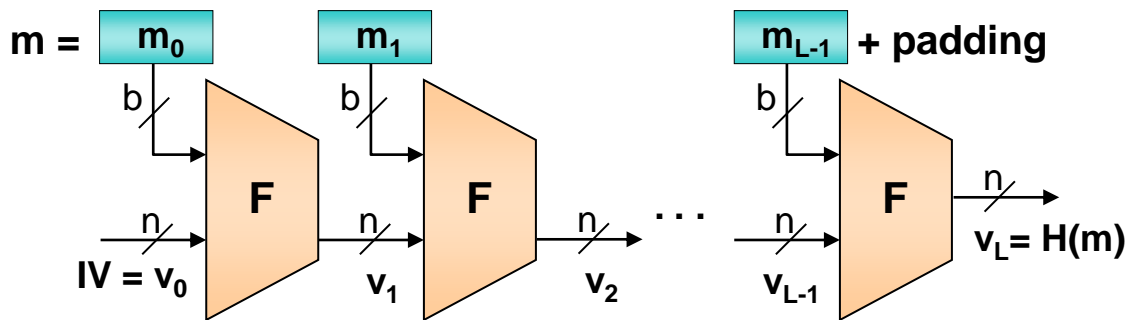
## Cerințe de securitate

- Orice adversar (algoritm de atac) trebuie să necesite:
  - $2^n$  evaluări ale funcției  $H$  pentru preimagine sau a doua preimagine
  - $2^{n/2}$  evaluări ale funcției  $H$  pentru coliziune.
- Deci să nu existe un atac criptanalitic mai eficient decât prin forță brută.

# Funcții hash iterative

## Principiul construcției iterative

- O funcție hash cu intrări de lungime arbitrară este construită iterând o funcție de compresie cu intrări de lungime fixă, convenabilă.
- Funcția de compresie,  $F : \{0,1\}^b \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ , are ca intrări un bloc de date de  $b$  biți și o variabilă de înlănțuire de  $n$  biți și o ieșire de  $n$  biți.



### Notății:

$F$  = Funcție de compresie.  
 $IV$  = Val. de inițializare fixă.  
 $m_i$  = blocul de date  $i$ .  
 $v_i$  = Variabilă de înlănțuire.

Prin înlănțuirea valorilor intermediare,  $H(m)$  depinde de toți biții mesajului  $m$ .

### Preprocesare:

Completează mesajul:

a.î.  $|m| \equiv 0 \pmod{b}$

Partiționează  $m$  în blocuri:

$m_0 || m_1 || \dots || m_{L-1}$ , a. î.  $|m_i| = b$

### Calculul valorii hash:

$v_0 = IV$  (fixat);

for  $0 \leq i \leq t-1$

$v_{i+1} = F(v_i, m_i)$ ;

$H(m) = v_L$

$IV$  trebuie fixat pentru a evita coliziuni banale:  
 $H(m) = H(m')$ , eliminând  $m_0$  din  $m$  și alegînd  $IV = v_1$

# Securitatea construcției iterative

## Teorema Merkle-Damgård

- Considerăm o funcție de completare injectivă,  $m \rightarrow P(m) = m \parallel \text{ext}(m)$ , care extinde mesajul  $m$  cu  $\text{ext}(m)$  biți, astfel încât  $|P(m)| \equiv 0 \pmod{b}$ , și sunt îndeplinite proprietățile următoare:
    - Dacă  $|m_1| = |m_2|$  atunci  $\text{ext}(m_1) = \text{ext}(m_2)$ , deci intrări cu lungime egală sunt extinse identic.
    - Altfel, dacă  $|m_1| \neq |m_2|$ , atunci ultimul bloc din  $P(m_1)$  și din  $P(m_2)$  sunt diferite (soluția uzuală: se înscrie lungimea mesajului).
  - Dacă funcția de completare (padding) are proprietățile de mai sus și funcția de compresie  $F$  este rezistentă la coliziuni, atunci construcția iterativă este o funcție hash rezistentă la coliziuni.
- 
- Construcția iterativă reduce problema proiectării unei funcții hash cu intrări de lungime arbitrară la problema proiectării funcției de compresie.
  - Funcția de compresie trebuie să îndeplinească cerințele de securitate ale unei funcții hash criptografice.



# Funcții hash: MD4 și MD5

## Familia MD (Message Digest): Scurt istoric

- MD4: Algoritm propus de Rivest în 1990,  $b = 512$  bits,  $n = 128$  bits. Construcție iterativă. Optimizat pentru implementare software.
- MD5: Versiune îmbunătățită a MD4 (elimină vulnerabilități), propusă de Rivest în 1991. Cea mai utilizată funcție hash în anii '90 (foarte rapidă).
- Toți algoritmi propuși în 1992-2002 sunt construiți pe același principiu.

## Atacuri criptanalitice asupra algoritmilor MD4 și MD5

- MD4, 1996 (†): Atac asupra rezistenței la coliziuni (ameliorat ulterior) cu complexitate  $2^{22}$  operații (în loc de  $2^{64}$ ), câteva secunde pe PC.
- MD5, 2004 (†): Atac asupra rezistenței la coliziuni (ameliorat ulterior) cu complexitate  $2^{34}$  operații (în loc de  $2^{64}$ ), câteva ore pe PC.
- MD5 nu mai poate fi utilizat în aplicații criptografice.

2008: A fost demonstrat un atac care permite falsificarea certificatelor pentru chei publice semnate folosind MD5 și RSA. 2012: Malware-ul Flame folosea deja un certificat Microsoft falsificat printr-un atac criptanalitic diferit asupra MD5.

# Funcții hash: SHA

## Scurt istoric: de la SHA-1 la SHA-3

- SHA-1: Standardizat de NIST în 1995. Variantă ameliorată a MD5.
- SHA-2: Familie de algoritmi (SHA-256/384/512) standardizată de NIST în 2002, pentru a oferi un nivel de securitate comparabil cu cel oferit de AES-128/192/256. Același principiu ca SHA-1 și MD5.
- SHA-3: Nouă familie de algoritmi, standardizată de NIST în 2015.

	SHA-1	SHA-256	SHA-384	SHA-512
Size of hash value (n)	160	256	384	512
Message block size (b)	512	512	1024	1024
Number of rounds/steps	80	64	80	80
Best collision attack	$2^{66}$ (attack) $< 2^{80}$	$2^{128}$	$2^{192}$	$2^{256}$

## Atacuri criptanalitice asupra algoritmului SHA-1

- **SHA-1, 2005 (†)**: Atac asupra rezistenței la coliziuni (ameliorat ulterior), cu complexitate  $2^{66}$  operații (în loc de  $2^{80}$ ). **SHA-1 nu mai poate fi utilizat în aplicații care necesită rezistență la coliziuni.**

Feb. 2017: A fost demonstrată o coliziune SHA-1 pentru 2 fișiere PDF.

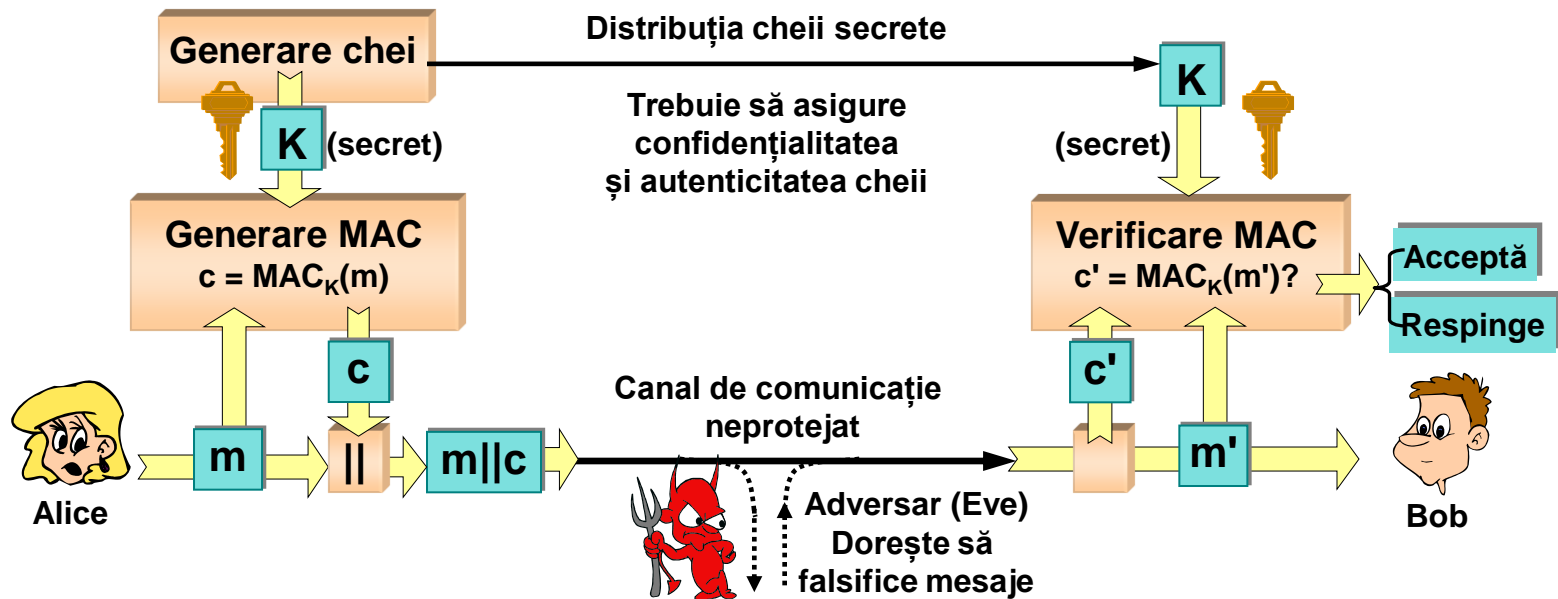
---

Autentificarea datelor folosind criptografie cu cheie secretă

# Coduri de autentificare a mesajelor

(MAC: Message Authentication Code)

# Autentificarea datelor cu cheie secretă



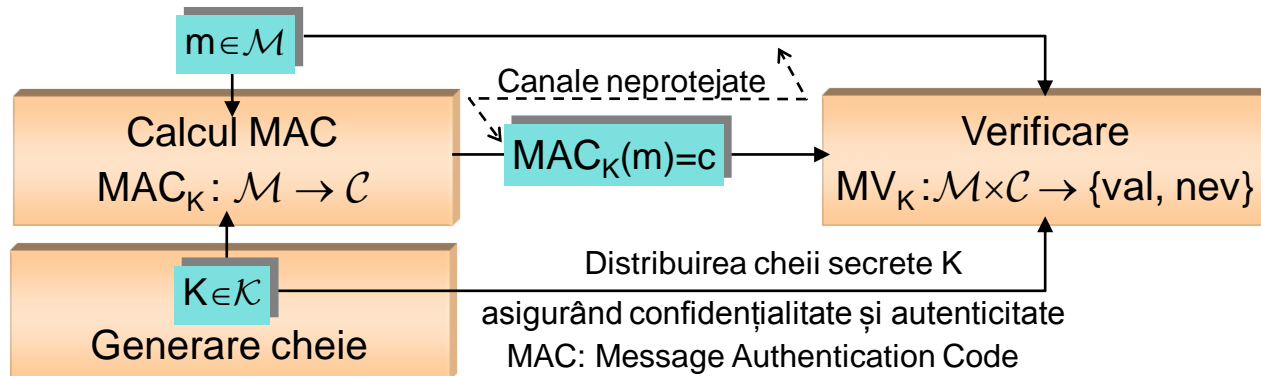
## Cod de autentificare a mesajelor - Message Authentication Code

- Permite verificarea originii mesajului și (implicit) a integrității sale.
- Alice și Bob stabilesc o cheie secretă  $K$  asociată identităților lor.
- Alice generează codul de autentificare  $c = \text{MAC}_K(m)$  și transmite  $(m, c)$ .
- Bob verifică mesajul și codul primit folosind propria copie a cheii  $K$ .
- Adversarul nu poate falsifica mesaje (fabrica, modifica) pentru că nu poate calcula codul de autentificare corect.

# Definiții

## Schemă de autentificare cu cheie secretă (MAC)

- O schemă MAC cu mulțimea mesajelor  $\mathcal{M}=\{0,1\}^*$ , mulțimea codurilor  $\mathcal{C}=\{0,1\}^n$  și mulțimea cheilor  $\mathcal{K}=\{0,1\}^k$ , este alcătuită din:
- *Alg. de generare a cheilor*: Alege aleator uniform o cheie  $K \in \mathcal{K}$ .
- *Alg. de calcul al codului de autentificare*: Intrări:  $m \in \mathcal{M}$  și  $K \in \mathcal{K}$ . Ieșire: codul de autentificare  $c = \text{MAC}_K(m) \in \mathcal{C}$ . Familie de funcții  $\text{MAC} = \{ \text{MAC}_K \mid K \in \mathcal{K}, \text{MAC}_K : \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{C} \}$ .
- *Alg. de verificare*: Intrări:  $m \in \mathcal{M}$ ,  $c \in \mathcal{C}$  și  $K \in \mathcal{K}$ . Ieșire: rezultatul verificării,  $\text{MV}_K(m, c) \in \{0,1\}$ . Dacă  $c = \text{MAC}_K(m)$  atunci  $\text{MV}_K(m, c) = 1$  (valid), altfel  $\text{MV}_K(m, c) = 0$  (nevalid).



# Securitatea schemelor de autentificare

## Cadrul general (similar celui pentru securitatea criptării)

- **Model de securitate:** Specifică obiectivele adversarului, modelele de atac și resursele adversarului.
- **Cerință de securitate:** Adversarul nu poate atinge un anumit obiectiv folosind un anumit model de atac și anumite resurse.
- **Ipoteze generale despre adversar:** Cunoaște algoritmi criptografici utilizați, nu cunoaște cheia secretă.

## Obiectivele adversarului: falsificarea mesajelor

- Aplicațiile interpretează un mesaj în funcție de origine și conținut.
- Adversarul dorește să compromită o aplicație falsificând mesaje: să producă mesaje (creare sau modificare) și să le atribuie alte origini.

## Modele de atac: capacități suplimentare ale adversarului

- Cum poate interveni adversarul în funcționarea aplicației? Ce fel de informații poate să obțină privind protecția criptografică utilizată?  
Exemplu: poate obține perechi  $(m, \text{MAC}_K(m))$ , cu/fără a alege  $m$ .

# Obiectivele adversarului

## Falsificare selectivă

Adversarul poate genera o pereche  $(m, \text{MAC}_K(m))$  validă pentru mesaje pe care le alege el însuși.

## Falsificare existențială

Adversarul poate genera o pereche  $(m, \text{MAC}_K(m))$  validă, dar nu poate controla conținutul mesajelor.

## Falsificare universală

Adversarul poate genera codul de autentificare pentru oricare mesaj.

## Recuperarea cheii

Permite falsificarea universală pe durata de viață a cheii.

**falsificare universală > selectivă > existențială**

## Falsificare verificabilă / neverificabilă

O falsificare este verificabilă dacă adversarul poate să determine dacă perechea  $(m, \text{MAC}_K(m))$  pe care a generat-o este validă.

**falsificare verificabilă > neverificabilă**

# Modele de atac

## Atac cu mesaje cunoscute (Known Message Attack (KMA))

- Adversarul poate să obțină perechi  $(m_i, \text{MAC}_K(m_i))$ , dar nu poate controla conținutul mesajelor obținute.
- Multe aplicații permit unui *adversar pasiv*, capabil doar să captureze trafic în rețea, să obțină un mare număr de perechi  $(m_i, \text{MAC}_K(m_i))$ .

## Atac cu mesaje alese (Chosen Message Attack (CMA))

- Adversarul poate să obțină perechi  $(m_i, \text{MAC}_K(m_i))$  pentru mesaje pe care le alege el însuși, adaptiv sau neadaptiv.
- Atacul poate fi realizat de un *adversar activ* care are acces la procesul care generează codul MAC printr-un protocol sau interfață.
- Posibilitatea de a alege mesaje permite adversarului să se concentreze asupra unor vulnerabilități cunoscute ale algoritmului MAC.

**atac cu mesaje cunoscute < atac cu mesaje alese (< adaptiv)**



# Cerințe de securitate

## Formularea cerințelor de securitate

- O cerință de securitate afirmă că adversarul nu poate atinge un anumit obiectiv folosind un anumit model de atac și anumite resurse.
- O cerință este mai puternică (strictă) dacă afirmă că adversarul nu poate atinge un obiectiv mai slab folosind un model de securitate mai puternic.

## Cerința de securitate pentru autentificarea datelor folosind MAC

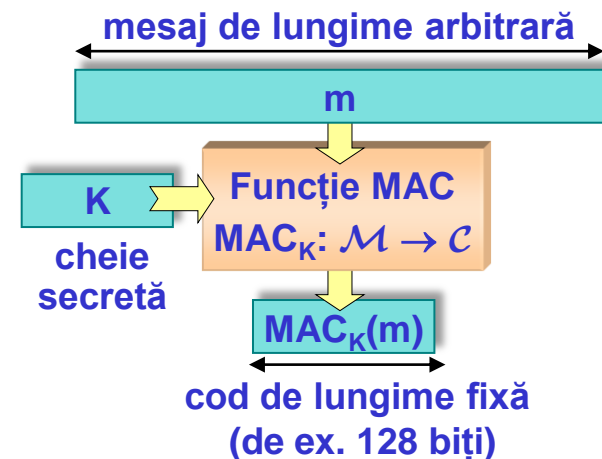
- **UF-CMA ((Existential) Unforgeability under Chosen-Message Attack):** Nefalsificarea existențială a mesajelor în atacuri cu mesaj ales adaptive.
- Este cerința standard de securitate și cea mai strictă: obiectivul minim (falsificare existențială) nu poate fi atins prin cel mai puternic atac.

## Altă perspectivă: Algoritmul MAC este o funcție pseudoaleatoare

- O schemă de autentificare MAC :  $\{0,1\}^k \times \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^n$  trebuie să se comporte ca o *funcție pseudoaleatoare*: pentru o alegere uniform aleatoare a cheii  $K \in \{0,1\}^k$ , valorile sale de ieșire,  $MAC_K(m)$ , nu pot fi distinse de cele ale funcției aleatoare  $F : \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^n$ .

# Securitatea schemelor MAC (1)

- Considerăm o schemă de autentificare a mesajelor MAC :  $\mathcal{K} \times \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{C}$  , unde  $\mathcal{K} = \{0,1\}^k$  ,  $\mathcal{M} = \{0,1\}^*$  și  $\mathcal{C} = \{0,1\}^n$  , care se comportă ca o *funcție pseudoaleatoare*.
- Parametrii de securitate sunt  $k$  și  $n$  (biți).
- Complexitatea atacurilor prin forță brută indică nivelul maxim de securitate care poate fi atins.



## Atacuri aleatoare asupra mesajelor

- Pentru a falsifica un mesaj  $m$ , adversarul poate încerca să ghicească:
  - codul  $c = \text{MAC}_K(m) \in \{0,1\}^n$  , cu probabilitate  $2^{-n}$  , sau
  - cheia  $K \in \{0,1\}^k$  , cu probabilitate  $2^{-k}$  , calculând apoi  $c = \text{MAC}_K(m)$ .
- Pentru un cod  $c = \text{MAC}_K(m) \in \{0,1\}^n$  , adversarul poate încerca să ghicească  $m$  cu probabilitate  $2^{-n}$ .
- Pentru a verifica astfel de falsuri adversarul trebuie să interacționeze cu victima și va reuși un fals după  $\min(2^n, 2^k)$  evaluări MAC.

# Securitatea schemelor MAC (2)

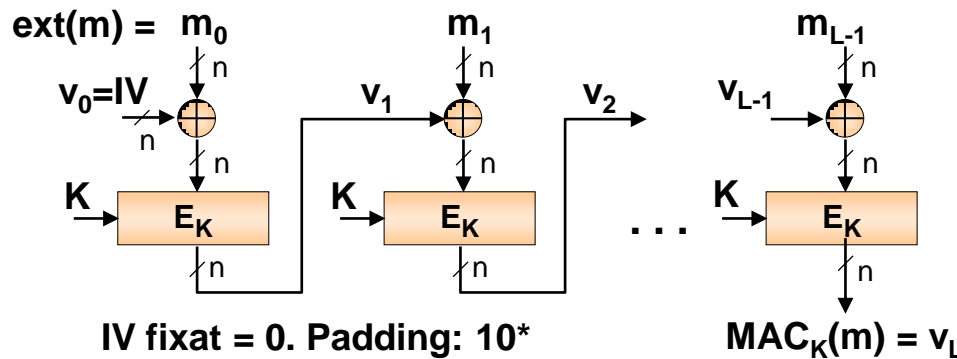
## Căutarea exhaustivă a cheii (exhaustive key search, total break)

- Presupunem că am obținut mai multe perechi  $(m_i, \text{MAC}_X(m_i))$  arbitrare.
- Algoritmul de căutare se execută *offline* și se pot alocă resurse importante (calcul paralel, hardware dedicat).
- Inițial, selectăm cheile  $K \in \mathcal{K}$  cu proprietatea că  $\text{MAC}_K(m_1) = \text{MAC}_X(m_1)$ . Obținem aprox.  $1 + 2^{k-n}$  chei posibile.
- Repetăm pentru setul de chei rămase folosind  $(m_i, \text{MAC}_X(m_i))$ ,  $i > 1$ , până când setul de chei posibile se reduce la o singură cheie.
- În total:  $O(2^k)$  evaluări MAC și aprox.  $1 + k/n$  perechi  $(m_i, \text{MAC}_X(m_i))$ .

## Cerințe de securitate cantitative

- O schemă de autentificare trebuie proiectată astfel încât nici un atac criptanalitic să nu fie mai eficient decât atacurile prin forță brută.
- Pentru o schemă MAC cu cheie de  $k$  biți și cod de  $n$  biți, complexitatea celui mai eficient atac ar trebui să fie  $O(\min(2^k, 2^n))$ .

# MAC cu cifru bloc: CBC-MAC



**CBC-MAC:**

Extinde  $m$  a.î.  $|ext(m)| \bmod n = 0$ ;

Împarte  $ext(m)$  în blocuri:

$ext(m) = m_0, m_1 \dots m_{L-1}$ ;

$v_0 = IV$  (de obicei  $IV = 0$ );

For  $0 \leq i \leq L-1$   $v_{i+1} = E_K(m_i \oplus v_i)$ ;

$MAC_K(m) = v_L$

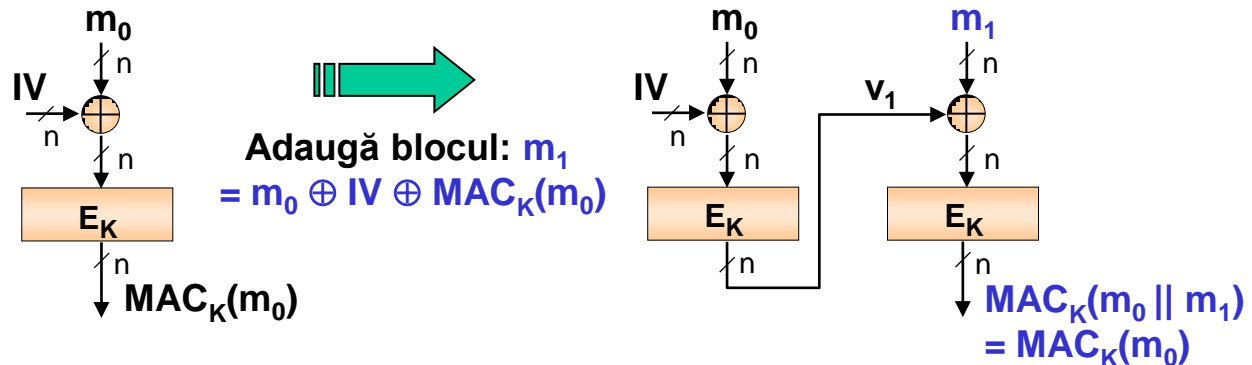
- **CBC (Cipher-Block Chaining) MAC:** Algoritm similar cu criptarea CBC, dar reținem doar ultimul bloc, care reprezintă codul MAC. Prin înlănțuire, codul MAC obținut depinde de toți biții mesajului.
- **Construcție iterativă:** Un algoritm MAC cu intrări de lungime arbitrară este obținut iterând o *funcție de compresie* cu intrări de lungime fixă. Similar cu o funcție hash iterativă, dar adăugăm o cheie.
- În algoritmul CBC-MAC, funcția de compresie este realizată cu un cifru bloc:  $F : \{0,1\}^k \times \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^n$ ,  $F_K(v, m) = E_K(v \oplus m)$ .

- Valoarea de inițializare (IV) trebuie fixată pentru a evita falsificări banale. Altfel, am putea înlocui  $m_0$  cu  $m'_0$  înlocuind IV cu  $IV' = IV \oplus m_0 \oplus m'_0$ .

# Securitatea schemei CBC-MAC

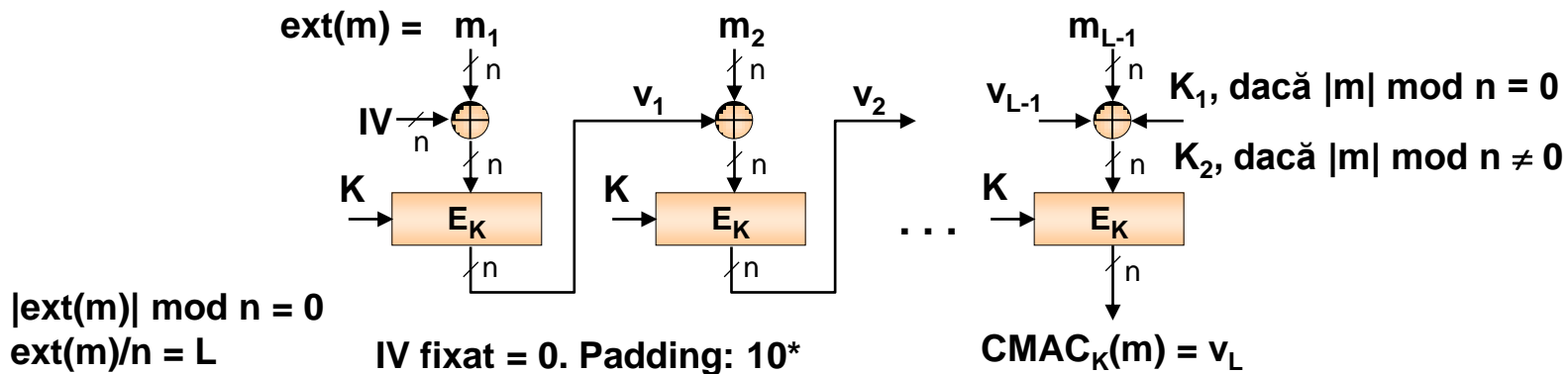
- **Teoremă:** CBC-MAC îndeplinește cerința UF-CMA pentru *mesaje de lungime fixă* dacă cifrul bloc este o *permutare pseudoaleatoare*.
- CBC-MAC nu este o schemă MAC sigură pentru mesaje de lungime arbitrară. Este vulnerabilă la falsificări prin extinderea mesajului.

CBC-MAC: Exemplu de falsificare a mesajelor de lungime variabilă (XOR forgery)



- Putem obține o schemă MAC sigură pentru mesaje de lungime variabilă adăugând o transformare de ieșire care să blocheze înlanțuirea.
- Exemplu: Criptăm codul CBC-MAC folosind cifrul bloc cu altă cheie,  $K'$ , derivată din  $K$ :  $MAC_K(m) = E_{K'}(CBCMAC_K(m))$ . Există soluții mai eficiente.

# CMAC (Cipher-based MAC)

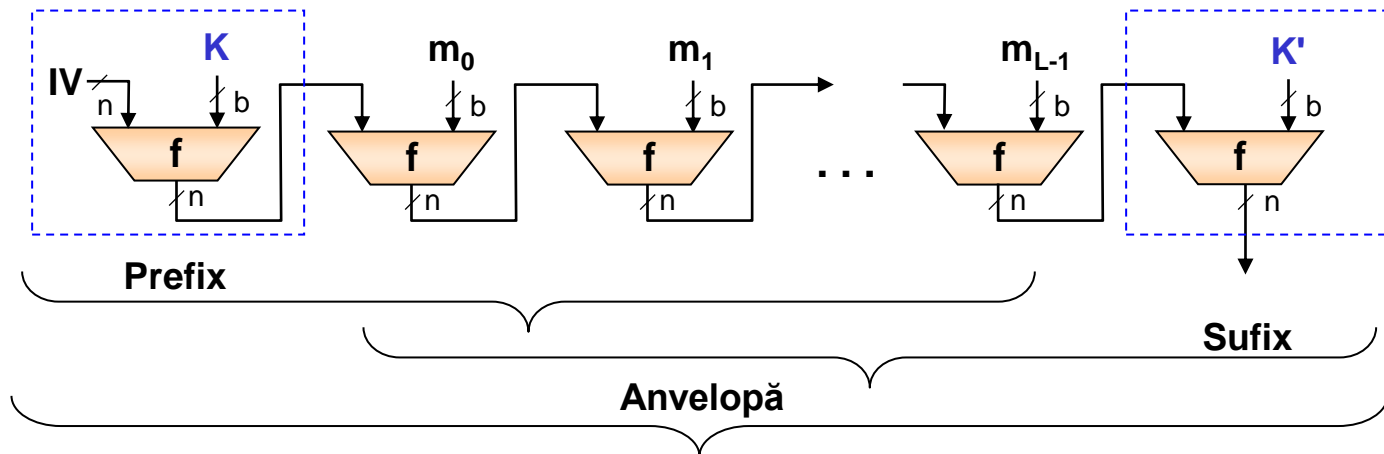


- Standard NIST (SP 800-38B), etc. Variantă CBC-MAC care îndeplinește în mod *eficient* cerința UF-CMA pentru *mesaje de lungime variabilă*.

- Dacă  $|m| \bmod n \neq 0$ , atunci  $m$  este extins cu un minim de biți, folosind o funcție injectivă  $\text{ext}$ , astfel încât  $| \text{ext}(m) | \bmod n = 0$  (padding).
- Transformarea de ieșire este integrată în ultima iterație (blocul  $m_{L-1}$ ) și folosește cheile  $K_1$  și  $K_2$  derivate din  $K$ . Sunt necesare 2 chei pentru a evita falsuri banale:  $m$  cu/fără extindere să aibă coduri MAC diferite.
  - Dacă  $|m| \bmod n = 0$  atunci  $v_L = E_K(v_{L-1} \oplus m_{L-1} \oplus K_1)$ .
  - Altfel  $v_L = E_K(v_{L-1} \oplus m_{L-1} \oplus K_2)$ .

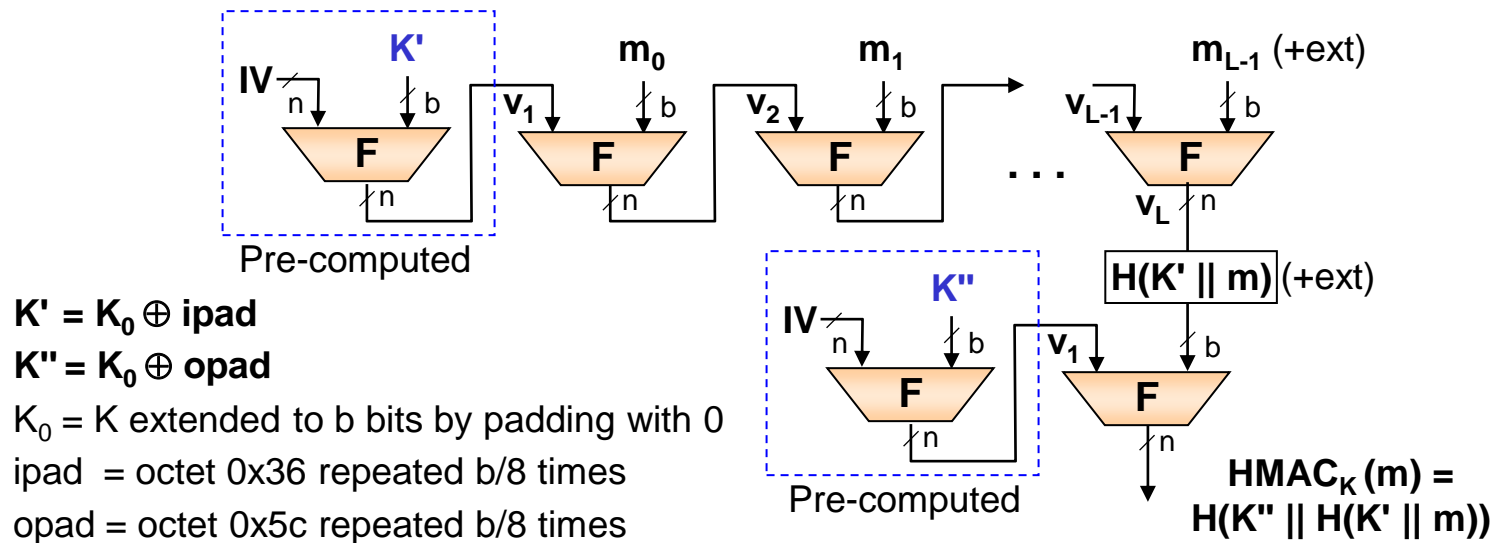
# Construcții MAC cu funcții hash

- Putem construi un algoritm MAC integrând o cheie secretă în algoritmul unei funcții hash criptografice? Cum adăugăm cheia secretă?



- **Prefix secret:** Cheia secretă înaintea mesajului:  $MAC_K(m) = H(K || m)$ . Algoritm vulnerabil la atacuri banale prin extinderea mesajului.
- **Sufix secret:** Cheia secretă după mesaj:  $MAC_K(m) = H(m || K)$ . Algoritm expus atacurilor asupra rezistenței la coliziuni a funcției hash:  $O(2^{n/2})$ .
- **Anvelopă:** Chei secrete înainte și după mesaj:  $MAC_K(m) = H(K || m || K')$ . Evită deficiențele construcțiilor precedente. Există soluții mai eficiente.

# HMAC (Hash-based MAC)



- Standard NIST (FIPS 198), ISO 9797-2, ANSI X9.71, RFC 2104.
- Variantă optimizată a metodei anvelopei, cu securitate demonstrată.
- **Teoremă:** HMAC îndeplinește UF-CMA dacă funcția  $H$ , cu o valoare aleatoare și secretă pe intrarea  $IV$ , este o funcție hash rezistentă la coliziuni, iar funcția  $F$ , cu valoare aleatoare și secretă ca intrare de înlănțuire, este un algoritm MAC UF-CMA cu mesaje de lungime fixă.
- **Eficiență:** Valorile  $F(IV, K')$  și  $F(IV, K'')$  pot fi precalculate.



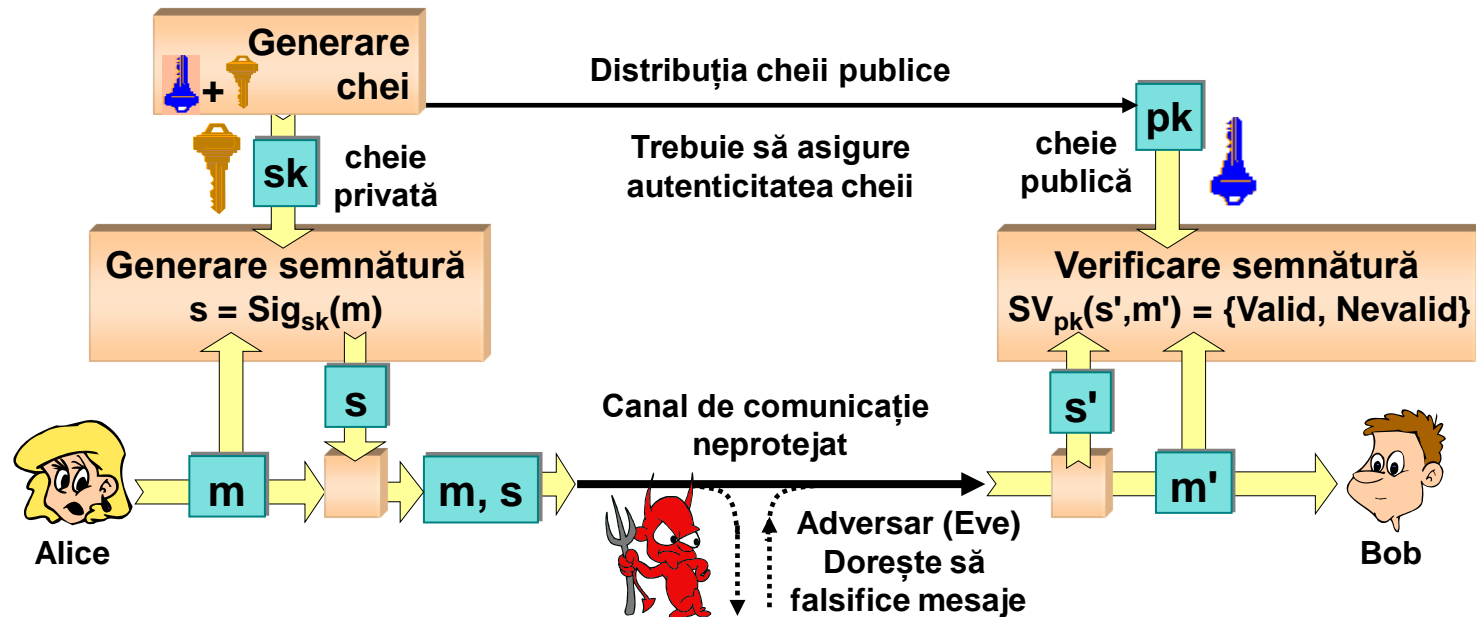
---

Autentificarea datelor folosind criptografie cu cheie publică

# Semnătura digitală

(digital signature)

# Autentificarea datelor cu cheie publică

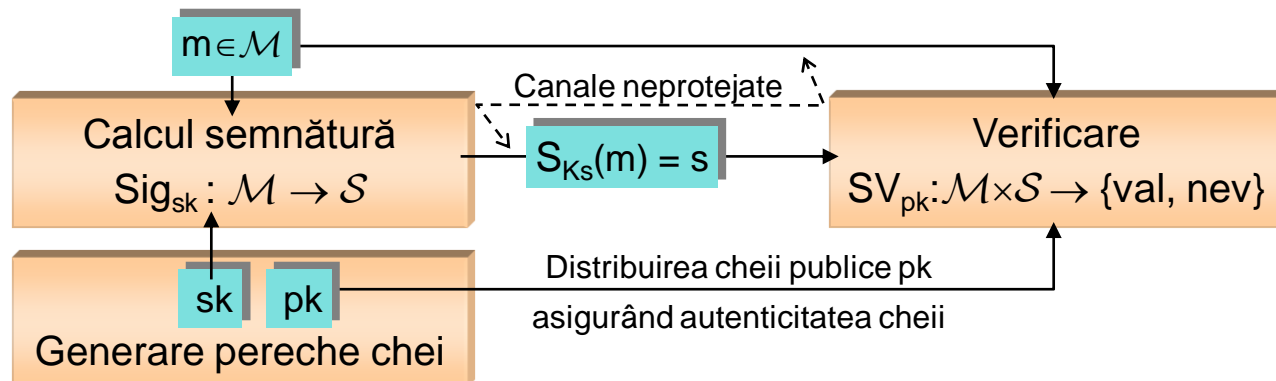


- Permite verificarea originii și integrității mesajului. În plus, *nerepudiere*.
- Alice generează o *pereche de chei*, *cheia privată*,  $sk$ , și *cheia publică*,  $pk$ , și distribuie  $pk$  partenerilor de comunicație.
- Alice generează *semnătura digitală*  $s = \text{Sig}_{sk}(m)$  și transmite  $(m, s)$ .
- Bob verifică mesajul și semnătura cu cheia publică a lui Alice.
- Adversarul nu poate falsifica mesaje (fabrica, modifica) pentru că nu poate calcula semnătura corectă (doar Alice poate calcula semnătura).

# Definiții

## Schemă de autentificare cu cheie publică (semnătură digitală)

- O schemă de semnătură digitală cu *mulțimea mesajelor*  $\mathcal{M} = \{0,1\}^*$ , *mulțimea semnăturilor*  $\mathcal{S}$  și *mulțimea cheilor*  $\mathcal{K}$ , este alcătuită din:
- **Alg. de generare a cheilor:** Intrare: parametru de securitate  $k$ . Ieșire: pereche  $(sk, pk) \in \mathcal{K}$  aleasă aleator (cheia privată  $sk$ , cheia publică  $pk$ ).
- **Alg. de semnare:** Intrări:  $m \in \mathcal{M}$  și  $sk$ . Ieșire: semnătura digitală  $s = \text{Sig}_{sk}(m) \in \mathcal{S}$ . Familie de funcții  $\{\text{Sig}_{sk} \mid (sk, pk) \in \mathcal{K}, \text{Sig}_{sk} : \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{S}\}$ .
- **Alg. de verificare:** Intrări:  $m \in \mathcal{M}$ ,  $s \in \mathcal{S}$  și  $pk$ . Ieșire: rezultatul verificării,  $SV_{pk}(m, s) \in \{0,1\}$ . Dacă  $s = \text{Sig}_{sk}(m)$  atunci  $SV_{pk}(m, s) = 1$  (valid), altfel  $SV_{pk}(m, s) = 0$  (nevalid). Familie  $\{SV_{pk} \mid (sk, pk) \in \mathcal{K}, SV_{pk} : \mathcal{M} \times \mathcal{S} \rightarrow \{0,1\}\}$ .



# Securitatea schemelor de semnătură (1)

## Model de securitate pentru autentificare cu cheie publică

- Adaptăm modelul general pentru scheme de autentificare.
- Aspect specific: Semnare cu cheie secretă, verificare cu cheie publică.

## Obiectivele adversarului

- Adversarul dorește să compromită o aplicație falsificând mesaje.

### Falsificare selectivă

Adversarul poate genera o pereche  $(s, \text{Sig}_{sk}(m))$  validă pentru mesaje pe care le alege el însuși.

### Falsificare existențială

Adversarul poate genera o pereche  $(s, \text{Sig}_{sk}(m))$  validă, dar nu poate controla conținutul mesajelor.

### Falsificare universală

Adversarul poate genera semnătura pentru oricare mesaj.

### Recuperarea cheii private

Permite falsificarea universală pe durata de viață a cheii.

falsificare universală > selectivă > existențială

# Securitatea schemelor de semnătură (2)

## Modele generale de atac

- Modele aplicabile oricărei scheme de autentificare (similar MAC): atac cu mesaje cunoscute (KMA), atac cu mesaje alese (CMA), side-channel.
- Aspect specific: Cunoscând cheia publică, adversarul poate verifica eficient, offline, orice încercare de falsificare.

**atac cu mesaje cunoscute < atac cu mesaje alese ( < adaptiv)**

## Atacuri specifice pentru scheme cu cheie publică

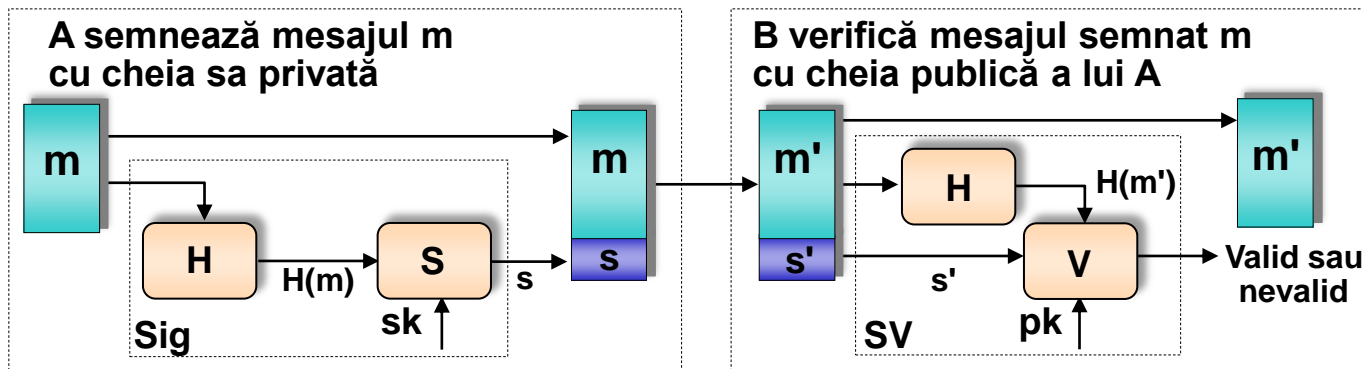
- Atacuri bazate pe cunoașterea cheii publice: recuperarea cheii private sau falsificare individuală a mesajelor.

## Cerința de securitate pentru autentificarea datelor cu semnătură

- UF-CMA ((Existential) Unforgeability under Chosen-Message Attack): Nefalsificarea existențială a mesajelor în atacuri cu mesaj ales adaptive.
- Este cerința standard de securitate și cea mai strictă: obiectivul minim (falsificare existențială) nu poate fi atins prin cel mai puternic atac.

# Construcția "hash and sign"

- Avem nevoie (de obicei) de o schemă de semnătură digitală pentru mesaje de lungime arbitrară. Construcția uzuală (scheme standard):
  - **Comprimă mesajul folosind o funcție hash criptografică  $H$** : Pentru oricare  $m \in \{0,1\}^*$  se obține un șir de lungime fixă  $H(m) \in \{0,1\}^n$ .
  - **Calculează semnătura folosind o permutare pseudoaleatoare  $S$** :  $s = S_{sk}(H(m))$ . Adversarul nu poate calcula  $s$  pentru că nu cunoaște  $S_{sk}$ .



- Exemplu:  $S_{sk}$  ar putea fi inversa unei permutări cu sens unic și trapă  $V_{pk}$ .
  - Alg. de calcul al semnăturii:  $h = H(m)$ ;  $s = S_{sk}(H(m)) = V_{pk}^{-1}(H(m))$ .
  - Alg. de verificare:  $h' = V_{pk}(s')$ . Dacă  $h' = H(m')$  atunci valid, altfel nevalid.

# Securitatea construcției "hash and sign"

## Analiza construcției hash and sign

- Dacă  $S$  este o permutare pseudoaleatoare și  $S_{sk}$  este secretă, adversarul nu poate determina  $s = S_{sk}(H(m))$  (decât cu probabilitate neglijabilă).
- Construcția este însă vulnerabilă la atacuri asupra funcției hash:  
Mesaje cu aceeași valoare hash au aceeași semnătură: dacă  $H(m) = H(m')$  atunci  $S_{sk}(H(m)) = S_{sk}(H(m'))$ .

## Falsificare prin atac asupra rezistenței la a doua preimagine

- Fiind dat  $(m, s = S_{sk}(H(m)))$  găsește  $m'$  a.î.  $H(m') = H(m)$ . Fals:  $(m', s)$ .
- Permite falsificarea unui mesaj  $m$  **după semnare**. Pentru  $H$  cu ieșire de  $n$  biți, complexitatea atacului (forță brută) este  $O(2^n)$ .

## Falsificare prin atac asupra rezistenței la coliziune

- Găsește  $m, m'$  astfel încât  $H(m) = H(m')$ . Află  $s = S_{sk}(H(m))$ . Fals:  $(m', s)$ .
- Permite falsificarea unui mesaj  $m$  **înainte de semnare**. Pentru  $H$  cu ieșire de  $n$  biți, complexitatea atacului (forță brută) este  $O(2^{n/2})$ .

# Falsificări prin atac asupra funcției hash

- Un document *deja semnat* poate fi falsificat doar căutând *a doua preimagine*, ceea ce necesită un efort  $O(2^n)$ .
- Falsificarea prin *căutarea coliziunilor* este mult mai eficientă, fiind suficient efort  $O(2^{n/2})$ , dar poate fi aplicată doar *înainte de semnare* și necesită *acces la funcția de semnare*.
- În prezent, pentru un nivel de securitate de 128 biți, algoritmul de semnare trebuie să folosească o funcție hash cu  $n = 256$  biți.
- Atacurile criptanalitice vizează rezistența la coliziune.

## Exemple

- Semnatar neonest: Determină  $m, m'$  a.î.  $H(m') = H(m)$ , calculează  $s = S_{sk}(H(m))$  și trimite  $(m, s)$ . Ulterior, pretinde că a trimis  $(m', s)$ .
- Verificator neonest: Determină  $m, m'$  a.î.  $H(m') = H(m)$ . Trimite  $m$  pentru semnare și obține  $s = S_{sk}(H(m))$ . Ulterior, pretinde că a trimis  $(m', s)$ .
- În practică: Au fost demonstrate falsificări selective pentru certificate semnate folosind MD5 și documente PDF semnate folosind SHA-1.



---

Autentificarea datelor folosind criptografie cu cheie publică

# Semnături digitale folosind RSA

# Semnătura RSA-FDH

- Alg. de generare a perechii de chei: Parametru de securitate  $k = 2\ell$ .
    - Alege aleator și independent numerele prime  $p, q \in [2^{\ell-1}, 2^\ell - 1]$  astfel încât  $p \neq q$  și  $|pq| = k$  (biți).
    - Calculează  $n = pq$  și  $\varphi(n) = (p - 1)(q - 1)$ . Alege  $e \in [2, \varphi(n) - 1]$  aleator, a.î.  $\gcd(e, \varphi(n)) = 1$ . Calculează  $d = e^{-1} \bmod \varphi(n)$ .
    - Cheia privată (semnare):  $sk = \langle n, d \rangle$  sau  $sk = \langle p, q, d \rangle$ .
    - Cheia publică (verificare):  $pk = \langle n, e \rangle$ .
  - Presupunem o funcție hash:  $H : \{0,1\}^* \rightarrow Z_n$  (full-domain hash: FDH).
  - Alg. de semnare:  $\text{Sig}_{sk} : \{0,1\}^* \rightarrow Z_n$ .  $\text{Sig}_{sk}(m) = H(m)^d \bmod n$ .
  - Alg. de verificare:  $SV_{pk} : Z_n \rightarrow \{0,1\}$ . Verificare  $(m,s)$ : Dacă  $s^e \bmod n = H(m)$  atunci  $SV_{pk}(m, s) = 1$  (valid), altfel  $SV_{pk}(m, s) = 0$  (nevalid).
- 
- Condiția de corectitudine:  $s = H(m)^d \bmod n = \text{RSA}_{n,d}(H(m))$  și  $s^e \bmod n = \text{RSA}_{n,e}(s) = \text{RSA}_{n,e}(\text{RSA}_{n,d}(H(m))) = H(m)$ . Prin urmare, pentru oricare  $m$  și pentru  $s = \text{Sig}_{sk}(m)$  verificarea reușește,  $SV_{pk}(m, s) = 1$ .

# Securitatea semnăturii RSA

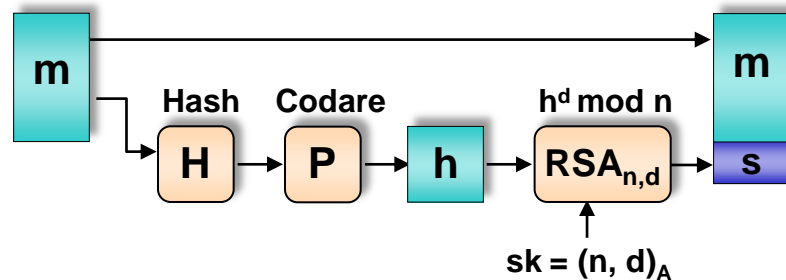
## Securitatea schemei RSA-FDH

- RSA-FDH îndeplinește UF-CMA dacă  $H : \{0,1\}^* \rightarrow Z_n$  este o funcție hash rezistentă la coliziuni și ipoteza RSA este validă ( $\text{RSA}_{n,e}$  nu poate fi inversată într-un punct aleator din domeniul său).

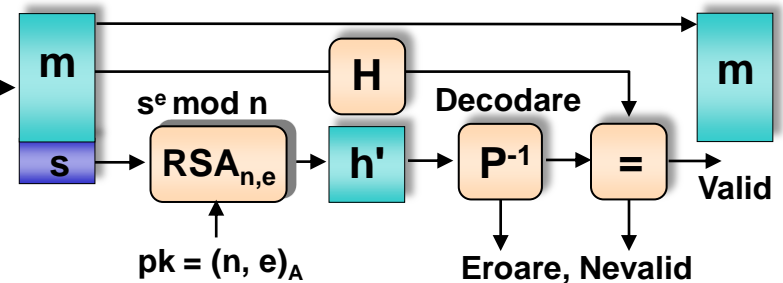
## Scheme de semnătură RSA cu codare

- RSA-FDH nu poate fi implementată cu algoritmi uzuali pentru funcții hash, deoarece au ieșiri de lungime fixă, predeterminată (ex: 256 biți).
- Avem nevoie de o funcție de codare inversabilă care să transforme  $H(m)$  într-un element (pseudo)aleator din  $Z_n$ .

**A semnează mesajul  $m$  cu cheia sa privată**



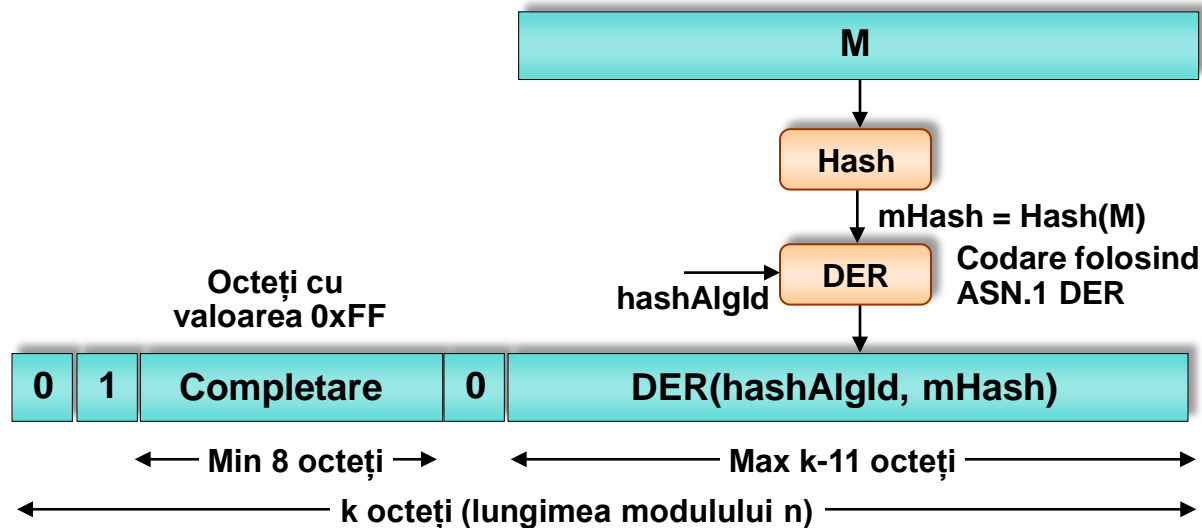
**B verifică mesajul semnat  $m$  cu cheia publică a lui A**



# Codare PKCS #1 v1.5

## O primă soluție: Semnătură RSA cu codare PKCS #1 v1.5 (1993)

- Schema de semnătură RSA descrisă în PKCS #1 v1.5.
- Blocul de date este completat până la  $k$  octeți cu un șir de octeți cu valoarea  $0xFF$  terminat cu un octet egal cu zero.
- Algoritmul de semnare este determinist.

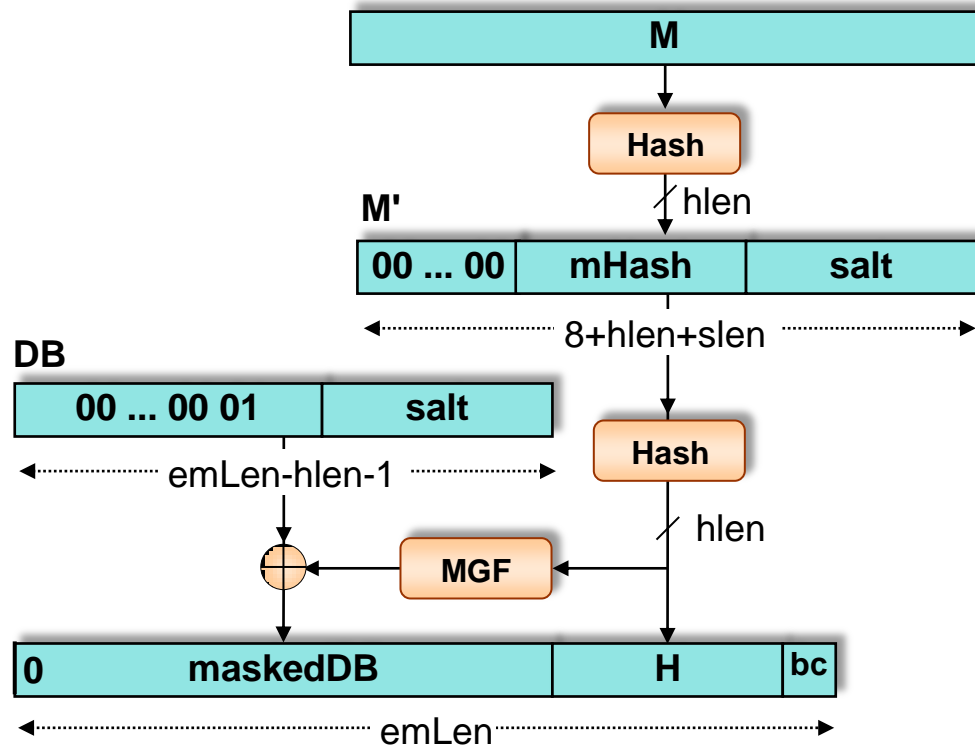


- Nu există o demonstrație de securitate pentru această schemă.

# Codare PKCS #1 v2 (PSS)

## Semnătură RSA-PSS (PKCS #1 v2, 2000)

- Variantă a schemei nedeterministe PSS (Probabilistic Signature Scheme) propusă de Bellare și Rogaway.
- Se poate demonstra că RSA-PSS îndeplinește UF-CMA, presupunând că ipoteza RSA este validă și funcția hash este rezistentă la coliziuni.



**Hash** = Funcție hash criptografică cu ieșire de  $hlen$  octeți.  $mHash = Hash(M)$ .

**salt** = Șir de octeți pseudoaleator de lungime  $slen$  ( $hlen$  sau  $0$  octeți). Dacă  $slen = 0$  schema devine deterministă.

**MGF** = Mask Generation Function. Funcție pseudoaleatoare construită folosind funcția hash.

Primul octet are valoarea  $0$ , ultimul octet are valoarea  $0xbc$ .

**Decodare**: Se recuperează șirul **salt** din semnătură, se recalculează **H** și se verifică dacă valorile sunt egale.

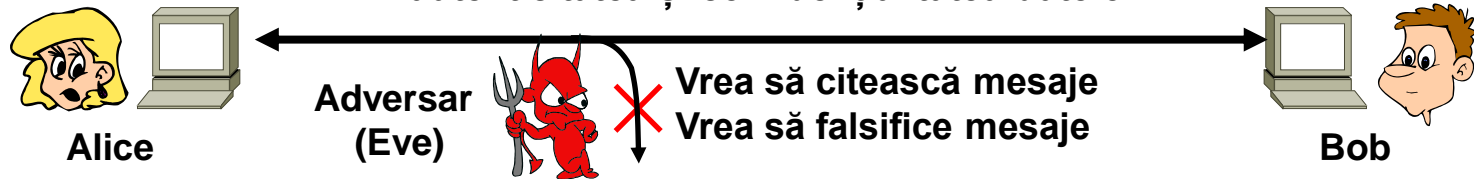
---

Autentificarea și criptarea datelor folosind criptografie cu cheie secretă

# Criptare autentificată

# Criptare autenticată

Protecția criptografică a datelor într-un sistem de comunicații:  
Alice și Bob vor garanții privind  
autenticitatea și confidențialitatea datelor



## Autenticarea datelor este necesară tuturor aplicațiilor

- Criptarea nu poate asigura autenticarea datelor. Avem nevoie de scheme care oferă atât confidențialitate, cât și autenticare.
- Schemele de criptare simetrice prezentate oferă doar securitate IND-CPA. Adăugând autenticarea, putem obține criptare IND-CCA.

## Soluții pentru criptare autenticată

- Compunerea unei scheme de criptare IND-CPA cu o schemă de autenticare UF-CMA.
- Scheme dedicate, special proiectate și optimizate pentru criptare autenticată. Ex: CCM, GCM.

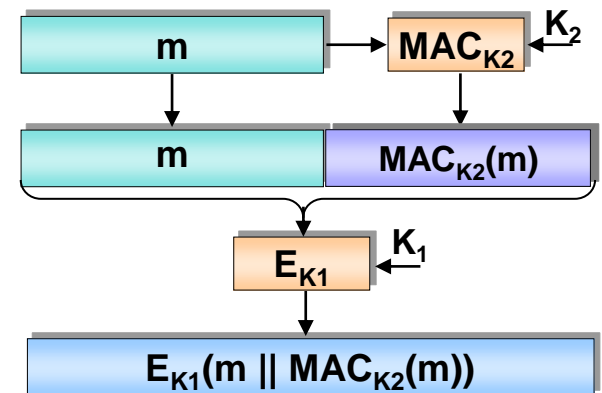
# Compunere generică (1)

## Obiectiv

- Schemă de criptare autentificată care oferă UF-CMA și IND-CCA prin compunerea oricărei scheme de criptare IND-CPA cu oricare schemă de autentificare UF-CMA. Cum combinăm aceste scheme?

## Autentificare urmată de criptare (MAC then Encrypt (MtE))

- Metodă utilizată în protocolul SSL (>1996) și apoi în protocolul TLS.
- În prezent: înlocuită treptat în TLS de scheme de criptare autentificată dedicate (ex: GCM).



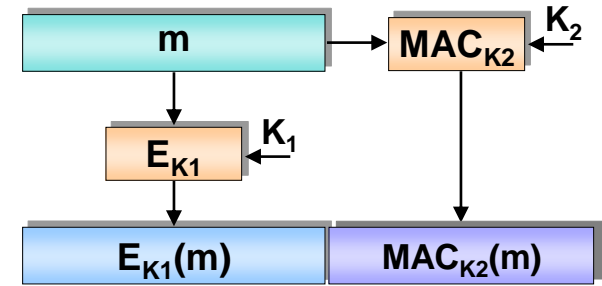
- Securitate: MtE îndeplinește cerințele de securitate pentru anumite scheme de criptare și autentificare, dar *nu în general*.
- *Nu este recomandată* ca metodă de compunere generică.



# Compunere generică (2)

## Criptare și autentificare (Encrypt and MAC (EaM))

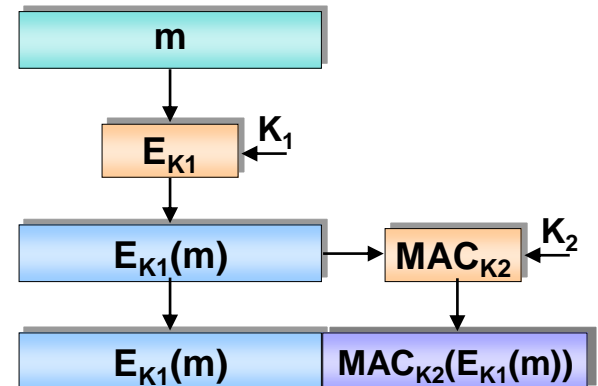
- Metoda cea mai evidentă, utilizată în protocolul SSH (Secure Shell).



- Securitate: EaM îndeplinește cerințele de securitate doar pentru anumite scheme de criptare și autentificare. *Nu este recomandată.*

## Criptare urmată de autentificare (Encrypt then MAC (EtM))

- Metodă utilizată în suita IPsec (în particular, în Encapsulated Security Payload (ESP)).



- Securitate: EtM îndeplinește cerințele de securitate pentru orice scheme de criptare și de autentificare. *Este metoda de compunere recomandată.*